

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione straordinaria

4 Il limite di $\operatorname{tg} x$ per x tendente a $+\infty$:

A) è $+\infty$;

B) è $\frac{\pi}{2}$;

C) non esiste;

D) esiste ma non si riesce a calcolare.

Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire una spiegazione esauriente della scelta operata.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione straordinaria

- 4** Data una funzione $f(x)$, condizione necessaria e sufficiente affinché essa ammetta limite l , finito o infinito, è che per ogni successione x_n , per la quale $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$, si abbia $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = l$. Considerata la funzione $f(x) = \operatorname{tg} x$, si prendano le seguenti successioni: $a_n = \frac{\pi}{4} + n\pi$ e $b_n = -\frac{\pi}{4} + n\pi$. I limiti per n tendente a $+\infty$ valgono: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = +\infty$, mentre i limiti delle successioni $f(a_n)$ e $f(b_n)$ risultano:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + n\pi \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1,$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} + n\pi \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1) = -1.$$

Poiché i due limiti non coincidono, non è soddisfatta la condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza del limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{tg} x$ poc'anzi enunciata. Pertanto il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{tg} x$ non esiste e la risposta esatta è C).