

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2011**

6 Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}.$$

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2011

6 Dato il $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}$, calcolando il limite del numeratore e del denominatore, otteniamo la forma indeterminata $\frac{0}{0}$. Essendo verificate tutte le ipotesi di De l'Hospital applichiamo il corrispondente teorema:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1} = 1 + \operatorname{tg}^2 a.$$

Osserviamo che $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}$ rappresenta il limite del rapporto incrementale della funzione $f(x) = \operatorname{tg} x$ nel punto $x = a$ e che pertanto tale limite va a indicare la derivata della funzione in tale punto. Risulta allora:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a} = f'(a) = 1 + \operatorname{tg}^2 a.$$