

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005  
Sessione suppletiva**

**5** Il limite della funzione  $(1 - x)^{\frac{1}{x}}$  per  $x \rightarrow 0$ :

- A) è uguale a 1;
- B) è uguale  $+\infty$ ;
- C) non esiste;
- D) è uguale a  $e$ ;
- E) è uguale a  $\frac{1}{e}$ ,

con  $e$  la base dei logaritmi naturali.

Una sola risposta è corretta. Individuarla e fornirne una spiegazione esauriente.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005**  
**Sessione suppletiva**

- 5** Considerato il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$ , si tratta di una forma indeterminata  $1^\infty$ . Si pone  $y = -\frac{1}{x}$ , per cui  $x = -\frac{1}{y}$  e per  $x \rightarrow 0^\pm$  risulta  $y \rightarrow \mp \infty$ . Sostituendo nel limite precedente si ottiene:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} (1-x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{y \rightarrow \mp \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{-y} = \lim_{y \rightarrow \mp \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{y}\right)^y}.$$

Applicando il limite notevole  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ , ne consegue che  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{e}$ .

La risposta esatta è pertanto la E).