

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2008**

9 Sia $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$; esiste $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$? Si giustifichi la risposta.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2008

9 La funzione $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$ è definita in \mathbb{R} per $x \neq 1$ e può essere trattata per casi:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{per } x > 1 \\ \frac{x^2 - 1}{-x + 1} & \text{per } x < 1 \end{cases}$$

Semplificando risulta:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{per } x > 1 \\ -x - 1 & \text{per } x < 1 \end{cases}$$

Ora, esiste il limite $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ quando esistono e coincidono limite destro e limite sinistro della funzione. Nel nostro caso risulta che:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x - 1) = -2.$$

Si può quindi concludere che non esiste il $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.