

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione straordinaria

6 Il limite della funzione $\left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$ per $x \rightarrow +\infty$ è:

A) e ,

B) $\frac{1}{e}$,

C) \sqrt{e} ,

D) $\frac{1}{\sqrt{e}}$,

dove “ e ” è la base dei logaritmi naturali.

Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire una esauriente spiegazione della scelta operata.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione straordinaria

- 6** Considerato il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$, si tratta di una forma indeterminata 1^∞ . Posto $y = 2x$, ovvero $x = \frac{y}{2}$, e, poiché per $x \rightarrow +\infty$, si ha anche $y \rightarrow +\infty$, il limite diventa:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{\frac{y}{2}} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{y}\right)^y\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Applicando il limite notevole $\lim_{y \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y = e$, ne consegue che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = \sqrt{e}$.

La risposta esatta è pertanto C.