ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005
Sessione suppletiva

4 Si consideri la seguente equazione in x:

$(k-2)x^2-(2k-1)\,x+(k+1)=0$, dove k è un parametro reale diverso da 2.

Indicate con x' e x'' le sue radici, calcolare i limiti di $x'+x''$ quando k tende a 2, a $+\infty$ e a $-\infty$.

4 Affinché l'equazione di secondo grado $(k-2)x^2-(2k-1)x+(k+1)=0$ ammetta soluzioni reali è necessario che il discriminante sia maggiore o uguale a zero:

$$\Delta=(2k-1)^2-4(k-2)(k+1)\geq 0 \quad \to \quad 4k^2+1-4k-4k^2+4k+8\geq 0 \quad \to \quad 9\geq 0.$$

Tale condizione è quindi verificata per qualsiasi $k\in\mathbb{R}$.
Poiché in una equazione di secondo grado, $ax^2+bx+c=0$, la somma delle radici vale $x'+x''=-\frac{b}{a}$, risulta:

$$x'+x''=\frac{2k-1}{k-2}, \quad k\neq 2.$$

I limiti richiesti valgono: $\lim\limits_{k\to 2^{\pm}}\frac{2k-1}{k-2}=\pm\infty$, e quindi $\lim\limits_{k\to 2}\frac{2k-1}{k-2}$ non esiste, $\lim\limits_{k\to\pm\infty}\frac{2k-1}{k-2}=2$.