

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2004**  
**Sessione suppletiva**

**1** La funzione  $f(x) = \frac{3x - 2 \sin x}{2x - 3 \sin x}$  è, per  $x \rightarrow +\infty$ , una forma indeterminata di tipo  $\frac{\infty}{\infty}$ . Il limite della funzione, per  $x \rightarrow +\infty$ :

A) non esiste;    B) è  $\frac{3}{2}$ ;    C) è  $\frac{2}{3}$ ;    D) è un valore diverso da  $\frac{3}{2}$  e  $\frac{2}{3}$ .

Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta effettuata.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2004**  
**Sessione suppletiva**

- 1** La funzione  $\sin x$  è limitata ( $-1 \leq \sin x \leq 1$ ) quindi i contributi di  $2 \sin x$  al numeratore e di  $3 \sin x$  al denominatore sono trascurabili per  $x \rightarrow +\infty$ . Per ogni  $x$  positivo possiamo scrivere:  $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$ , e siccome  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \pm \frac{1}{x} \right) = 0$ , per il teorema del confronto anche  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ .

Quindi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2 \sin x}{2x - 3 \sin x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( 3 - \frac{2 \sin x}{x} \right)}{x \left( 2 - \frac{3 \sin x}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2 \sin x}{x}}{2 - \frac{3 \sin x}{x}} = \frac{3}{2}.$$

La risposta esatta è la B).