

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2012**

- 2** Si illustri il significato di *asintoto* e si fornisca un esempio di funzione $f(x)$ il cui grafico presenti un asintoto orizzontale e due asintoti verticali.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2012

2 Una retta è detta *asintoto* del grafico di una funzione $f(x)$ se la distanza di un generico punto del grafico da tale retta tende a 0 quando l'ascissa o l'ordinata del punto tendono a ∞ .

In particolare, data una funzione $y=f(x)$ di dominio D , se si verifica che:

- $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$, $c \in \mathbb{R}$ si dice che la retta $x = c$, è *asintoto verticale* del grafico della funzione;
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = q$, $q \in \mathbb{R}$, si dice che la retta $y = q$ è *asintoto orizzontale* del grafico della funzione;
- $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (mx + q)] = 0$, m e $q \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$, si dice che la retta $y = mx + q$ è *asintoto obliquo* del grafico della funzione.

Consideriamo per esempio la funzione $y = \frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$.

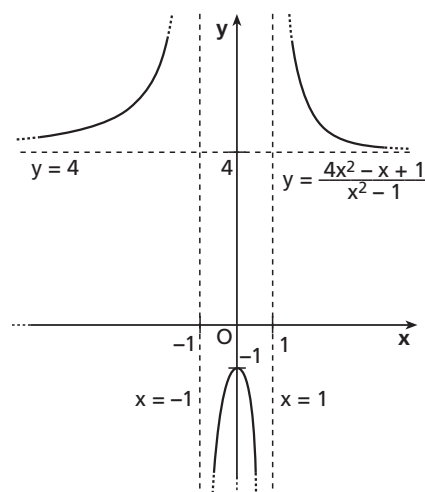
Il dominio è $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$. Calcoliamo i limiti agli estremi del dominio:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = \pm \infty \rightarrow \text{il grafico ha asintoto verticale } x = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^\pm} \frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = \mp \infty \rightarrow \text{il grafico ha asintoto verticale } x = -1;$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = 4 \rightarrow \text{il grafico ha asintoto orizzontale } y = 4.$$

In figura 11 è riportato il grafico della funzione $y = \frac{4x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$.



▲ Figura 11.