

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2001  
Sessione ordinaria**

**9** Il limite della funzione  $\frac{\sin x - \cos x}{x}$ , quando  $x$  tende a  $+\infty$ ,

A) è uguale a 0;

B) è uguale ad 1;

C) è un valore diverso dai due precedenti;

D) non è determinato.

Una sola risposta è corretta: individuarla e darne un'esauriente spiegazione.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2001**  
**Sessione ordinaria**

- 9** Si tratta di calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x - \cos x}{x}$ . La funzione al numeratore,  $\sin x - \cos x$ , non ammette limite per  $x \rightarrow +\infty$  ma è comunque limitata se si tiene conto che  $-1 \leq \sin x \leq 1$  e  $-1 \leq \cos x \leq 1$ . Si può scrivere:

$$-2 \leq \sin x - \cos x \leq 2 \text{ e pertanto } -\frac{2}{x} \leq \frac{\sin x - \cos x}{x} \leq \frac{2}{x}.$$

Poiché  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2}{x} = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$ , per il teorema del confronto risulta  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x - \cos x}{x} = 0$  e la risposta esatta è A).