

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva**

1 La funzione $f(x) = \frac{3x - 2 \sin x}{2x - 3 \sin x}$ è, per $x \rightarrow +\infty$, una forma indeterminata di tipo $\frac{\infty}{\infty}$. Il limite della funzione, per $x \rightarrow +\infty$:

A) non esiste; B) è $\frac{3}{2}$; C) è $\frac{2}{3}$; D) è un valore diverso da $\frac{3}{2}$ e $\frac{2}{3}$.

Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta effettuata.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva

- 1** La funzione $\sin x$ è limitata ($-1 \leq \sin x \leq 1$) quindi i contributi di $2 \sin x$ al numeratore e di $3 \sin x$ al denominatore sono trascurabili per $x \rightarrow +\infty$. Per ogni x positivo possiamo scrivere: $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$, e siccome $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\pm \frac{1}{x} \right) = 0$, per il teorema del confronto anche $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$.

Quindi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2 \sin x}{2x - 3 \sin x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 - \frac{2 \sin x}{x} \right)}{x \left(2 - \frac{3 \sin x}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2 \sin x}{x}}{2 - \frac{3 \sin x}{x}} = \frac{3}{2}.$$

La risposta esatta è la B).